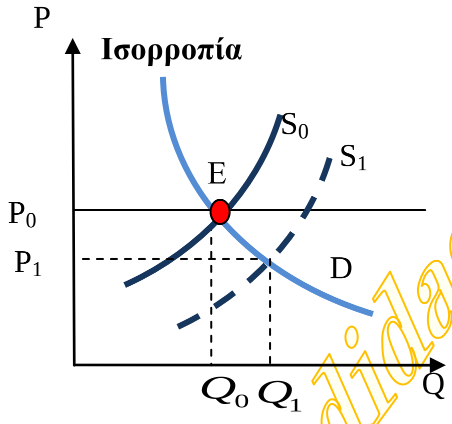
Άσκηση 1. «Σε ορισμένες περιπτώσεις παρατηρείται στον κλάδο της γεωργίας της Ευρωπαϊκής Ένωσης το φαινομενικά παράδοξο να ευημερούν οι αγρότες περισσότερο όταν οι σοδειές τους δεν είναι καλές, και να πλήττονται οικονομικά όταν αυτές είναι μεγάλες».
Να σχολιάσετε διεξοδικά την παραπάνω δήλωση.

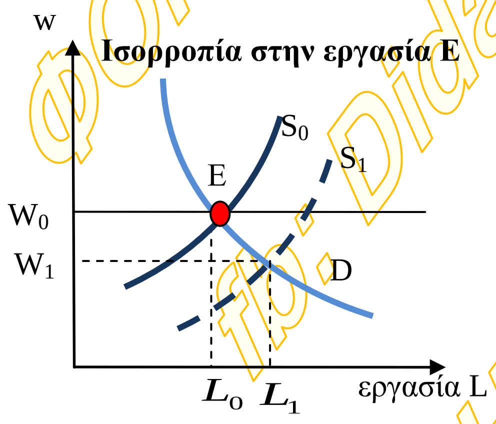
Απάντηση:



Καλές σοδειές→αύξηση προσφοράς→ μείωση τιμής και εσόδων. (ΣΧΗΜΑ)

Κακές σοδειές→ μείωση προσφοράς→ αύξηση τιμής και εσόδων + εγγυημένη επιδότηση

Άσκηση 2. «Η παρουσία μεγάλου παράνομου εργατικού δυναμικού στην Ελλάδα έχει δυσμενή επίπτωση στον κατώτατο μισθό του νόμιμου εργατικού δυναμικού». Να σχολιάσετε διεξοδικά την παραπάνω δήλωση.
Απάντηση: Ναι, καθώς η αύξηση της προσφοράς εργασίας μετατοπίζει την καμπύλη προσφοράς (S) δεξιά και επέρχεται ισορροπία σε χαμηλότερο ημερομίσθιο $W_1 < W_0$.



Άσκηση 3.

(α) Δίνονται οι ακόλουθες συναρτήσεις ζήτησης (Π_Z) και προσφοράς (Π_Π) για ένα αγαθό:

$$\Pi_Z = \alpha - \beta \cdot T$$

$$\Pi_\Pi = \gamma + \delta \cdot T$$

όπου Π είναι η ποσότητα του αγαθού και Τ είναι η τιμή ανά μονάδα προϊόντος (σε €). α, β, γ και δ ανήκουν στο σύνολο των πραγματικών αριθμών, όπου $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\gamma > 0$, $\delta > 0$, και $\gamma < \alpha$.

Στην περίπτωση που το κράτος αποφασίσει να επιβληθεί ένας φόρος t € <u>ανά μονάδα προϊόντος</u> στην αγορά, ποιο είναι το ύψος του φορολογικού συντελεστή που μεγιστοποιεί τα φορολογικά έσοδα της κυβέρνησης σε συνθήκες πλήρους ανταγωνισμού;

Απάντηση: Έστω ότι ο φόρος επιβάλλεται στους παραγωγούς, άρα στην συνάρτηση προσφοράς θέτουμε στην τιμή $T' = T - t$. Επίσης το ζητούμενο είναι η μεγιστοποίηση της συνάρτησης φορολογικών εσόδων δηλαδή $\Phi\text{ΕΚ}(t) = t \cdot \Pi_t$

Ισορροπία μετά τον φόρο:

$$\Pi_Z = \Pi_\Pi \Rightarrow \alpha - \beta \cdot T = \gamma + \delta \cdot (T - t) \Rightarrow a - \gamma + \delta t = \beta T + \delta T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{a - \gamma + \delta t}{\beta + \delta}$$

Αντικαθιστώντας στην ζήτηση (ή και προσφορά) βρίσκουμε την ποσότητα ισορροπίας:

$$\Pi = \alpha - \beta \cdot \left(\frac{a - \gamma + \delta t}{\beta + \delta} \right) = \alpha - \frac{\beta}{\beta + \delta} \cdot (a - \gamma + \delta t) = \alpha - \frac{\beta \alpha}{\beta + \delta} + \frac{\beta \gamma}{\beta + \delta} - \frac{\beta \delta t}{\beta + \delta}$$

Συνεπώς, τα φορολογικά έσοδα είναι :

$$\Phi\text{ΕΚ} = \Pi \cdot t = \left[\alpha - \frac{\beta \alpha}{\beta + \delta} + \frac{\beta \gamma}{\beta + \delta} - \frac{\beta \delta t}{\beta + \delta} \right] \cdot t = \alpha t - \frac{\beta \alpha}{\beta + \delta} \cdot t + \frac{\beta \gamma}{\beta + \delta} \cdot t - \frac{\beta \delta}{\beta + \delta} \cdot t^2$$

Μεγιστοποίηση:

$$(\Phi\text{ΕΚ})' = 0 \Rightarrow \left(\alpha t - \frac{\beta \alpha}{\beta + \delta} \cdot t + \frac{\beta \gamma}{\beta + \delta} \cdot t - \frac{\beta \delta}{\beta + \delta} \cdot t^2 \right)' = 0 \Rightarrow \alpha - \frac{\beta \alpha}{\beta + \delta} + \frac{\beta \gamma}{\beta + \delta} - 2 \frac{\beta \delta}{\beta + \delta} \cdot t = 0$$

$$\frac{\alpha \cdot (\beta + \delta) - \beta \alpha + \beta \gamma}{\beta + \delta} = 2 \frac{\beta \delta}{\beta + \delta} \cdot t \Rightarrow \frac{\alpha \cdot \delta + \beta \gamma}{\beta + \delta} = 2 \frac{\beta \delta}{\beta + \delta} \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^* = \frac{\alpha \cdot \delta + \beta \gamma}{2 \beta \delta}$$

$$(\Phi\text{ΕΚ})'' = -2 \frac{\beta \delta}{\beta + \delta}$$ άρα μέγιστο.

Άσκηση 4.

Δίνεται η ακόλουθη «αντίστροφη» συνάρτηση ζήτησης για το προϊόν μιας μονοπωλιακής επιχείρησης:

Τ = α - βΠ

όπου Π είναι η ποσότητα του αγαθού και Τ είναι η τιμή ανά μονάδα προϊόντος (σε €). α και β ανήκουν στο σύνολο των πραγματικών αριθμών, όπου α > 0 και β > 0.

Η συνάρτηση συνολικού κόστους (ΣΚ) της μονοπωλιακής επιχείρησης έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\Sigma\mathrm{K} = \gamma\Pi^2 + \delta\Pi + \varepsilon$$

όπου Π είναι η ποσότητα του αγαθού.

γ, δ και ε ανήκουν στο σύνολο των πραγματικών αριθμών, όπου γ > 0, δ > 0 και ε > 0.

Αν η κυβέρνηση αποφασίσει να επιβληθεί ένας φόρος t € ανά μονάδα προϊόντος στην μονοπωλιακή επιχείρηση, ποιο είναι το ύψος του φορολογικού συντελεστή που μεγιστοποιεί τα φορολογικά έσοδα της κυβέρνησης;

Απάντηση

Συνθήκη μονοπωλίου ΟΕ=ΟΚ

Έσοδα : Τ*Π = (α – βΠ)*Π=αΠ-βΠ^2 συνεπώς το οριακό έσοδο ΟΕ=α-2βΠ

Κόστος μετά την επιβολή του φόρου $\Sigma\mathrm{K} = \gamma\Pi^2 + \delta\Pi + \varepsilon + \underbrace{t\cdot\Pi}_{\varphi\acute{o}\rho o\varsigma}$

Οριακό Κόστος: ΟΚ= $(\Sigma\mathrm{K})' = (\gamma\Pi^2 + \delta\Pi + \varepsilon + t\Pi)' = 2\gamma\Pi + \delta + t$

Συνθήκη: ΟΕ=ΟΚ

$$\alpha - 2\beta\Pi = 2\gamma\Pi + \delta + t \Rightarrow 2\gamma\Pi + 2\beta\Pi = \alpha - \delta - t \Rightarrow \boxed{\Pi = \frac{\alpha-\delta}{2\gamma+2\beta} - \frac{1}{2\gamma+2\beta}\cdot t}$$

Συνεπώς, τα φορολογικά έσοδα είναι :

$$\Phi\mathrm{EK} = \Pi\cdot t = \left(\frac{\alpha-\delta}{2\gamma+2\beta} - \frac{1}{2\gamma+2\beta}\cdot t\right)\cdot t = \frac{\alpha-\delta}{2\gamma+2\beta}\cdot t - \frac{1}{2\gamma+2\beta}\cdot t^2$$

Μεγιστοποίηση:

$$(\Phi\mathrm{EK})' = 0 \Rightarrow \left(\frac{\alpha-\delta}{2\gamma+2\beta}\cdot t - \frac{1}{2\gamma+2\beta}\cdot t^2\right)' = 0 \Rightarrow \frac{\alpha-\delta}{2\gamma+2\beta} - 2\frac{1}{2\gamma+2\beta}\cdot t = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha-\delta}{2\gamma+2\beta} = 2\frac{1}{2\gamma+2\beta}\cdot t \Rightarrow \alpha - \delta = 2t \Rightarrow \mathbf{t = \frac{\alpha-\delta}{2}}$$

$$(\Phi\mathrm{EK})'' = -2\frac{1}{2\gamma+2\beta} < 0 \text{ άρα μέγιστο}$$

Άσκηση 5.

Δίνεται η ακόλουθη «αντίστροφη» συνάρτηση ζήτησης για το προϊόν ενός μονοπωλητή: $\mathrm{T} = a - b \cdot \Pi$, όπου Π είναι η συνολική ζήτηση του προϊόντος του μονοπωλητή και Τ είναι η τιμή ανά μονάδα προϊόντος (σε €). Το οριακό κόστος (ΟΚ) για το προϊόν του μονοπωλητή είναι ένας σταθερός αριθμός και ισούται με c: ΟΚ = c , όπου α, b, και c ανήκουν στο σύνολο των πραγματικών αριθμών, και επιπρόσθετα ισχύει ότι α > 0, b > 0 και c > 0 με α > c.

Να συγκρίνετε την τιμή και ποσότητα ισορροπίας : (α) Στον τέλειο ανταγωνισμό και (β) στο μονοπώλιο, (γ) Ποια η διαφορά στο πλέονασμα του καταναλωτή στις 2 μορφές αγοράς και ποιο το κοινωνικό κόστος που προκύπτει από την τιμολογιακή πολιτική της μεγιστοποίησης του κέρδους του μονοπωλητή. Να απεικονίσετε διαγραμματικά τα αποτελέσματα. (5 μονάδες)

Απάντηση:

α) Στον τέλειο ανταγωνισμό Τ=ΟΚ άρα $\mathrm{T_{TA}} = \mathbf{c} \Rightarrow a - b \cdot \Pi_{TA} = c \Rightarrow \Pi_{\mathrm{TA}} = \dfrac{\mathbf{\alpha - c}}{\mathbf{b}}$

β) Στο μονοπώλιο ΟΕ=ΟΚ άρα

$$\mathrm{OE} = \frac{d\mathrm{E\Sigma}}{d\Pi} = \frac{d(\mathrm{T} \cdot \Pi)}{d\Pi} = \frac{d((a - b\Pi)\Pi)}{d\Pi} = \left(a\Pi - b\Pi^2\right)' = a - 2b\Pi \quad \text{συνεπώς}$$

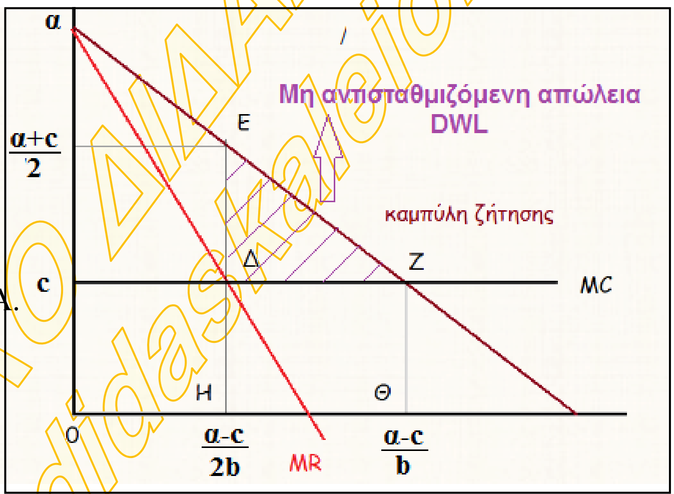
$\mathbf{OE = OK} \Rightarrow a - 2b\Pi_M = c \Rightarrow \Pi_{\mathrm{M}} = \dfrac{\mathbf{\alpha - c}}{\mathbf{2b}}$ και συνεπώς η τιμή του μονοπωλίου είναι:

$$\mathrm{T}_M = a - b\Pi_M \Rightarrow \mathrm{T}_M = a - b\frac{a-c}{2b} \Rightarrow \mathrm{T_M} = \frac{\mathbf{\alpha + c}}{\mathbf{2}}$$

Ο Τ.Α. είναι πιο αποτελεσματική μορφή διότι έχει χαμηλότερη τιμή και μεγαλύτερη ποσότητα.

Στον Τ.Α. η ποσότητα είναι μεγαλύτερη $\Pi_{TA} = \dfrac{a - c}{b} > \dfrac{a - c}{2b} = \Pi_M$

Στον Τ.Α. η τιμή είναι χαμηλότερη $\mathrm{T}_{TA} = c = \dfrac{c + c}{2} < \dfrac{a + c}{2} = \mathrm{T}_M$ επειδή α > c. (γιατί?)



$$\text{γ)} \quad \Pi\mathrm{K_{TA}} = \frac{(a-c)\cdot\dfrac{a-c}{b}}{2} = \frac{(a-c)^2}{2b}$$

$$\Pi\mathrm{K_M} = \frac{\left(a - \dfrac{a+c}{2}\right)\cdot\dfrac{a-c}{2b}}{2} = \frac{(a-c)^2}{8b}$$

$\Pi\mathrm{K_{TA}} > \Pi\mathrm{K}_M$ άρα αποτελεσματικότερος ο Τ.Α.

Τα κέρδη του μονοπωλίου είναι:

$$\mathrm{K_M} = \left(\frac{a+c}{2} - c\right)\cdot\frac{a-c}{2b} = \frac{(a-c)^2}{4b}$$

και το Κοινωνικό Κόστος $= \dfrac{\left(\dfrac{a+c}{2} - c\right)\cdot\left(\dfrac{a-c}{b} - \dfrac{a-c}{2b}\right)}{2} = \dfrac{(a-c)^2}{8b}$

Εναλλακτικός υπολογισμός Κοινωνικού Κόστους:

$$K o\iota\nu.K\acute{o}\sigma\tau o\varsigma = \Pi\mathrm{K_{TA}} - \Pi\mathrm{K}_M - \mathrm{K_M} = \frac{(a-c)^2}{2b} - \frac{(a-c)^2}{8b} - \frac{(a-c)^2}{4b} = \frac{(a-c)^2}{8b}$$

φοιτητικό διδασκαλείο www.didaskaleio.gr fb: Didaskaleio Foititiko

Άσκηση 6. Μια επιχείρηση έχει συνάρτηση παραγωγής $Q = K^{0.75} \cdot L^{0.25}$ όπου K το κεφάλαιο και L η εργασία. Αν το κόστος του κεφαλαίου είναι r=2, το κόστος εργασίας w=1 και η επιχείρηση δαπανά για εισροές 400 χρηματικές μονάδες.
(α) ποίο το βέλτιστο σχέδιο παραγωγής ?
(β) Να δείξετε ότι η ελαστικότητα της παραγόμενης ποσότητας ως προς το κεφάλαιο είναι σταθερή και ισούται με 0.75

Απάντηση : α) K=150 και L=100

Συνθήκη : $\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r} \rightarrow \frac{1}{3}\frac{K}{L} = \frac{1}{2} \rightarrow K = 1.5L$ άρα η γραμμή ίσου κόστους δίνει

$400 = 2 \cdot K + 1 \cdot L \xrightarrow{K=1.5L} 400 = 4L \rightarrow L = 100$ και άρα K=150

β) $\varepsilon_{Q,K} = \underbrace{\frac{\partial Q}{\partial K}}_{MP_K} \cdot \frac{K}{Q} = 0.75K^{-0.25} \cdot L^{0.25} \cdot \frac{K}{K^{0.75} \cdot L^{0.25}} = 0.75$

Παρατήρηση: Σε κάθε συνάρτηση Cobb-Douglas, οι ελαστικότητες είναι σταθερές και ίσες με τους εκθέτες.

Άσκηση 7.
Ένας καταναλωτής έχει την ακόλουθη συνάρτηση χρησιμότητας για δύο αγαθά:
$U(X_1, X_2) = \ln(X_1) + \ln(X_2)$
Όπου: X_1 = Η ποσότητα του αγαθού X1 και X_2= ποσότητα του αγαθού X_2.
Η εξίσωση της εισοδηματικής γραμμής του καταναλωτή δίνεται από την παρακάτω σχέση:
$Y = T_1 \cdot X_1 + T_2 \cdot X_2$
Όπου: Y = Ο (χρηματικός) εισοδηματικός περιορισμός του καταναλωτή για την συγκεκριμένη εισοδηματική γραμμή (σε €).
Να δείξετε ότι σε κατάσταση ισορροπίας ο καταναλωτής αγοράζει το συνδυασμό αγαθών:
$\left(X_1^*, X_2^*\right) = \left(Y/2T_1, Y/2T_2 \right)$

Απάντηση: Υπενθύμιση, η παράγωγος της συνάρτησης ln(x) → $(\ln x)' = 1/x$

$$\text{ΟΛΥ} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{1/X_1}{1/X_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{X_2}{X_1} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \boxed{X_2 = \frac{X_1 \cdot T_1}{T_2}} \ (1)$$

Αντικαθιστώντας στον περιορισμό: $Y = T_1 \cdot X_1 + T_2 \cdot \frac{X_1 \cdot T_1}{T_2} \Rightarrow Y = 2T_1 \cdot X_1 \Rightarrow \boxed{X_1^* = Y/2T_1}$

Άρα λόγω της (1): $X_2^* = \frac{Y/2T_1 \cdot T_1}{T_2} = Y/2T_2$.