

Θέμα 1^ο (2 μονάδες)

A) (1 μονάδα) Να λύσετε με τη μέθοδο Gauss-Jordan το σύστημα

$$\begin{aligned}x + y &= 1 \\x + 2y &= 0 \\2x + y &= 1\end{aligned}$$

B) (1 μονάδα) Βρείτε με τη μέθοδο Cramer τις τιμές του λ για τις οποίες το σύστημα

$$\begin{aligned}\lambda x + y &= 1 \\x + 2\lambda y &= 0\end{aligned}$$

έχει μια και μοναδική λύση και να βρεθεί η λύση αυτή.

Θέμα 2^ο (2 μονάδες)

Δίνεται ο πίνακας

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Δίνεται ότι οι ιδιοτιμές του A είναι οι : 2 (απλή) και 1 (διπλή). Να δείξετε ότι ο A διαγωνοποιείται και να βρείτε τον πίνακα P που τον διαγωνοποιεί.

Θέμα 3^ο (2 μονάδες)

Δίνονται τα σημεία (1,0), (0,1) και (1,1). Να βρεθεί η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων για τα σημεία αυτά.

Θέμα 4^ο (2 μονάδες)

Βρείτε και χαρακτηρίστε τα ακρότατα της συνάρτησης $f(x,y,z) = x+z$ υπό τον περιορισμό $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

Θέμα 5^ο (2 μονάδες)

Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_0^1 \left(\int_{\sqrt{y}}^{\sqrt[3]{y}} \sqrt{1-x^3} dx \right) dy$$

αφού αλλάξετε την σειρά ολοκλήρωσης

Σύντομες Απαντήσεις

Θέμα 1^ο

A

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{σύστημα αδύνατο}$$

$$\text{B } \lambda \neq \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$$

Θέμα 2^ο

Ο πίνακας έχει 3 το πλήθος, γραμμικός ανεξάρτητα ιδιοδιανύσματα

$(-1, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(-2, 1, 0)$ άρα διαγωνοποιείται

$$P = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Θέμα 3^ο

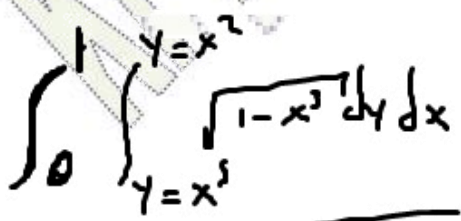
Η ευθεία που προκύπτει από την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων είναι $y = 1 - 1/2x$

Θέμα 4^ο

$$A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \quad \text{τοπικό μέγιστο}$$

$$B\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \quad \text{τοπικό ελάχιστο}$$

Θέμα 5^ο


$$\int_0^1 \int_{y=x^3}^{y=x^2} \sqrt{1-x^3} dy dx$$

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{9} - \frac{2}{15} = 0,2555$$

Αποτέλεσμα Ολοκληρώματος