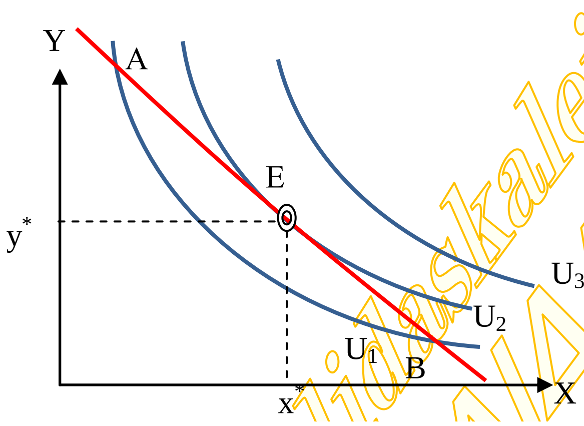
Άριστες επιλογές καταναλωτή

Ζητούμενο του καταναλωτή είναι να μεγιστοποιήσει την χρησιμότητα με δεδομένο τον εισοδηματικό του περιορισμό. Άρα επιλέγεται ο συνδυασμός εκείνος που βρίσκεται στην υψηλότερη δυνατή καμπύλη αδιαφορίας.



Άριστη επιλογή καταναλωτή : σημείο Ε

Στην άριστη επιλογή <u>ο εισοδηματικός περιορισμός, εφάπτεται της καμπύλης αδιαφορίας</u>, συνεπώς η συνθήκη αριστοποίησης είναι ότι η κλίση του εισοδηματικού περιορισμού, ταυτίζεται με την κλίση της καμπύλης αδιαφορίας.

<u>ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΘΗΚΗ :</u>

$$\boxed{\frac{U_x}{U_y}=\frac{p_x}{p_y}}$$

Εφαρμογή: Ο Βαρουφάκης πίνει Μαρτίνι συνδυάζοντας Gin και Vermout αν η ωφέλεια που αποκομίζει δίνεται από την συνάρτηση $U(G,V)=G^{0,8}\cdot V^{0,2}$ και οι τιμές είναι αντίστοιχα $p_G=10$ και $p_V=5$ να βρεθεί με ποια αναλογία Gin-Vermout φτιάχνει το μαρτίνι του.

Απάντηση: $MRS=\dfrac{U_G}{U_V}=\dfrac{0,8G^{-0,2}V^{0,2}}{0,2G^{0,8}V^{-0,8}}=4\dfrac{V}{G}$ και η συνθήκη αριστοποίησης δίνει:

$\dfrac{p_G}{p_V}=\dfrac{U_G}{U_V}\Rightarrow\dfrac{10}{5}=4\dfrac{V}{G}\Rightarrow G=2V$ άρα αναλογία $\dfrac{G}{V}=2$ δηλαδή 2 μέρη Gin με 1 μέρος Vermout.

Άσκηση 1. Ένα άτομο έχει συνάρτηση χρησιμότητας $U(x,y)=x\cdot y$ αν οι τιμές και το εισόδημα του είναι, p_x=1, p_y=2 και M=300, να βρεθεί ο άριστος συνδυασμός και η μέγιστη χρησιμότητα.

Λύση: Εισοδηματικός περιορισμός: $x+2y=300$ (1)

$\dfrac{U_x}{U_y}=\dfrac{y}{x}$ η συνθήκη γίνεται $\dfrac{p_x}{p_y}=\dfrac{U_x}{U_y}\rightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{y}{x}\rightarrow x=2y$ (2)

η (1) λόγω της (2) → $2y+2y=300\rightarrow 4y=300\rightarrow \mathbf{y^*=75}$ άρα από (2) → $\mathbf{x^*=2\cdot 75=150}$

Συνεπώς η μέγιστη χρησιμότητα είναι: $U(150,75)=150\cdot 75=11.250=\mathbf{Umax}$

Ιδιότητες Δυνάμεων

$x^a\cdot x^\beta=x^{\alpha+\beta}$	$\dfrac{x^a}{x^\beta}=x^{\alpha-\beta}$	$x^{\alpha/\beta}=\sqrt[\beta]{x^\alpha}=\left(\sqrt[\beta]{x}\right)^\alpha$
$\dfrac{1}{x^\alpha}=x^{-a}$	$\left(\dfrac{x}{y}\right)^a=\dfrac{x^a}{y^a}$	$(x\cdot y)^a=x^a\cdot y^a$

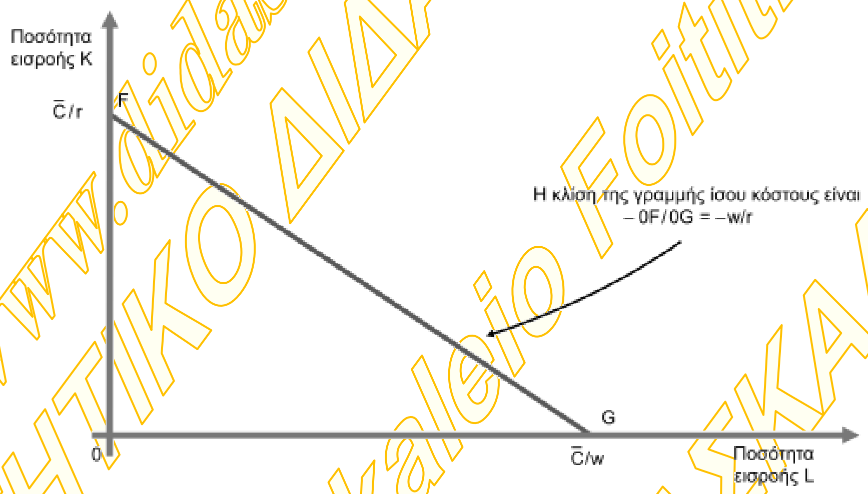
Εφαρμογή : $x^* = \dfrac{m}{2p_x}$, $\quad y^* = \dfrac{m}{2p_y}$ *και* $\quad Y(x,y) = x^{1/2} \cdot y^{1/2}$ να βρεθεί το $Y(x^*, y^*)$

Απάντηση: $Y(x^*, y^*) = \left(\dfrac{m}{2p_x}\right)^{1/2} \cdot \left(\dfrac{m}{2p_y}\right)^{1/2} = \dfrac{m^{1/2}}{2^{1/2}\, p^{1/2}_x} \cdot \dfrac{m^{1/2}}{2^{1/2}\, p^{1/2}_y} = \dfrac{m}{2p^{1/2}{}_x \cdot p^{1/2}{}_y}$

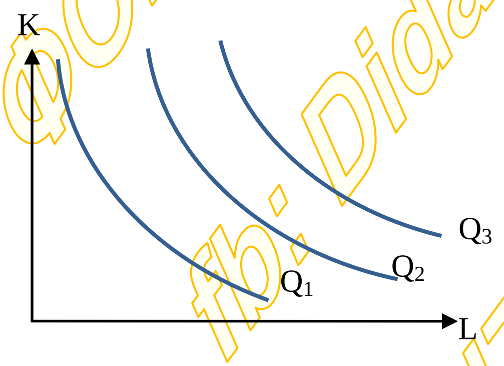
Άριστη Επιλογή Παραγωγής – Ελαχιστοποίηση Κόστους

Γραμμή ίσου κόστους : Δείχνει συνδυασμούς κεφαλαίου και εργασίας που, για να αγοραστούν, απαιτούν την ίδια δαπάνη C. Εάν συμβολίσουμε την τιμή της εργασίας με w και του κεφαλαίου με r, τότε η γραμμή ίσου κόστους είναι η $C = r \cdot K + w \cdot L$.

Λύνοντας ως προς K, ($K = \dfrac{C}{r} - \dfrac{w}{r} \cdot L$) υπολογίζουμε την κλίση της $-\dfrac{w}{r}$.



Καμπύλη ίσου προϊόντος : Δείχνει τους εναλλακτικούς συνδιασμούς κεφαλαίου K και εργασίας L για την παραγωγή μιας συγκεκριμένης ποσότητας παραγωγής Q.



Ή κλίση μιας καμπύλης ίσου προϊόντος, ονομάζεται οριακός λόγος τεχνικής υποκατάστασης

$$MRTS = \frac{MP_L}{MP_K}$$

και δείχνει πόσες μονάδες κεφαλαίου πρέπει να θυσιαστούν για να αυξηθεί η εργασία κατά μία μονάδα, χωρίς να μεταβληθεί η ποσότητα παραγωγής.

Άριστη επιλογή παραγωγής : Στο σημείο ισορροπίας ο οριακός λόγος τεχνικής υποκατάστασης (MRTS) είναι ίσος με την κλίση της γραμμής ίσου κόστους, δηλαδή

Εφαπτομενική Συνθήκη ισορροπίας : $\boxed{\dfrac{MP_L}{MP_K} = \dfrac{w}{r}}$

Άσκηση 2.

Έστω η συνάρτηση παραγωγής $Y = K^a \cdot L^b$ (Cobb-Douglas ομογενής βαθμού a+b)

α) Ποιες οι υπό συνθήκη συναρτήσεις ζήτησης για εισροές?

β) Η συνάρτηση κόστους είναι ομογενής ως προς τις τιμές των συντελεστών και αν ναι ποιος ο βαθμός ομογένειας?

γ) Ποια η συνάρτηση μέσου κόστους και οριακού κόστους?

δ) Δείξτε πως αν το μέσο κόστος είναι μεγαλύτερο, ίσο ή μικρότερο του οριακού κόστους εξαρτάται από τις οικονομίες κλίμακας.

Απάντηση:

α) Εφαπτομενική Συνθήκη : $\dfrac{MPL}{MPK} = \dfrac{w}{r} \rightarrow K = L\dfrac{a}{b} \cdot \dfrac{w}{r}$ (1)

Αντικαθιστώντας την (1) στην συνάρτηση παραγωγής, έχουμε

$L = Y^{\frac{1}{a+b}} \left(\dfrac{b}{a} \cdot \dfrac{r}{w} \right)^{a/(a+b)}$ υπό συνθήκη ζήτηση για εργασία

(δηλαδή ζήτηση για εργασία που προκύπτει από δεδομένο επίπεδο παραγωγής)

Αντικαθιστώντας στην (1) έχουμε $K = Y^{\frac{1}{a+b}} \left(\dfrac{b}{a} \cdot \dfrac{r}{w} \right)^{a/(a+b)} \cdot \dfrac{a}{b} \cdot \dfrac{w}{r}$

β) $C = w \cdot L + r \cdot K = w \cdot Y^{\frac{1}{a+b}} \left(\dfrac{b}{a} \cdot \dfrac{r}{w} \right)^{a/(a+b)} + r \cdot Y^{\frac{1}{a+b}} \left(\dfrac{b}{a} \cdot \dfrac{r}{w} \right)^{a/(a+b)} \cdot \dfrac{a}{b} \cdot \dfrac{w}{r}$

Ομογένεια : Αν αυξηθούν κόστος εργασίας (w) και κόστος κεφαλαίου (επιτόκιο δανεισμού r) κατά ένα ποσοστό, θα αυξηθεί και το συνολικό κόστος κατά το ίδιο ποσοστό?

Άρα,

$C(tw, tr) = \ldots = t^1 \cdot C$ άρα ναι δηλαδή ομογενής πρώτου βαθμού.

γ) $AC = \dfrac{C}{Y} = Y^{\frac{1-a-b}{a+b}} \cdot \left(\dfrac{b}{a} \cdot \dfrac{r}{w} \right)^{a/(a+b)} \left(w + \dfrac{a}{b} w \right)$

$MC = \dfrac{\partial C}{\partial Y} = \dfrac{1}{a+b} \cdot AC$

δ)

Αποδόσεις κλίμακας

- Σταθερές αποδόσεις κλίμακας, αν ο βαθμός ομογένειας v=1.

Ερμηνεία: ταυτόχρονη αύξηση εισροών κατά t% επιφέρει ισόποση αύξηση του προϊόντος κατά t%.

- Αύξουσες αποδόσεις κλίμακας, αν ο βαθμός ομογένειας v>1.

Ερμηνεία: ταυτόχρονη αύξηση εισροών κατά t% επιφέρει μεγαλύτερη αύξηση του προϊόντος .

- Φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας, αν ο βαθμός ομογένειας v<1.

Ερμηνεία: ταυτόχρονη αύξηση εισροών κατά t% επιφέρει μικρότερη αύξηση του προϊόντος

Συνεπώς,

- Αν a+b=1 → MC=AC
- Αν a+b>1 → MC<AC
- Αν a+b<1 → MC>AC

Παρατήρηση : Διαβάζουμε προσεκτικά τη θεωρία από το βιβλίο.