

2019 Ιούλιος

ΘΕΜΑ 1°

(α) (βαθμοί 2) Ένα δοχείο περιέχει τέσσερα αριθμημένα σφαιρίδια 1,2,3,4. Επιλέγουμε στην τύχη ένα σφαιρίδιο και παρατηρούμε τον αναγραφόμενο αριθμό. Αναρρίπτουμε ένα δίκαιο νόμισμα ($P(K)=1/2$), τόσες φορές όσες είναι και ο αριθμός που παρατηρήσαμε. Έστω X το πλήθος των K που εμφανίζονται. Υπολογίστε την $P(X=3)$.

(β) (βαθμοί 1,5). Οι αφίξεις πλοίων, ανά ώρα, στους λιμένες Λ_1 και Λ_2 περιγράφονται από μία κατανομή Poisson με παραμέτρους $\lambda_1=1, \lambda_2=2$, αντίστοιχα. (i) Υπολογίστε την πιθανότητα σε μία ώρα, να μην αφιχθεί πλοίο στο Λ_1 . (ii) αν οι αφίξεις στα δύο λιμάνια είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους ποιά είναι η πιθανότητα σε μία ώρα να συμβεί μία άφιξη στο Λ_1 και καμία άφιξη στο Λ_2 ; (iii) Σε ποιά από τα δύο λιμάνια συμβαίνουν οι περισσότερες, κατά μέσο όρο αφίξεις ανά ώρα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(γ) (βαθμοί 1,5). Οι μισθοί σε έναν οργανισμό έχουν συμμετρική κατανομή με $\bar{X} = 750$ ευρώ. (i) Να βρεθεί η τυπική απόκλιση (σ), αν γνωρίζουμε ότι κάτω από 650 ευρώ και πάνω από 850 ευρώ παίρνει συνολικά το 4,55% των εργαζομένων. (ii) Αν όλοι οι μισθοί μειωθούν κατά 20% και δοθεί όμως και ένα επίδομα 10 ευρώ, να βρεθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας των νέων μισθών.

ΘΕΜΑ 2°.

(α) (βαθμοί 1,5) Σε μία εταιρία διατίθενται τρεις τύποι ελαστικών E_1, E_2 και E_3 , με πιθανότητα επιλογής 0,5, 0,3 και 0,2, αντίστοιχα. Αν υποθέσουμε ότι οι επιλογές τους είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες ποιά είναι η πιθανότητα, μετρώντας από μία δεδομένη χρονική στιγμή, το ελαστικό E_3 να επιλεγεί για πρώτη φορά από τον τέταρτο πελάτη. Αναφερθείτε στην κατανομή.

(β) (βαθμοί 2). Στο προηγούμενο ερώτημα υποθέτουμε ότι η πιθανότητα ένα ελαστικό να πληροί τις σχετικές προδιαγραφές (Π) είναι για το E_1 0,80, για το E_2 0,90 και για το E_3 0,90. Υπολογίστε: (i) την πιθανότητα ένα τυχαία επιλεγμένο ελαστικό να πληροί τις προδιαγραφές. (ii) αν ένα ελαστικό πληροί τις προδιαγραφές ποιά είναι η πιθανότητα να είναι το E_1 ;

(γ) (βαθμοί 1,5) (i) Δώστε ένα παράδειγμα μίας κατανομής με δεξιά λοξότητα (right-skewed) και μίας με αριστερή λοξότητα (left-skewed).

(ii) Δίδεται (στον παράπλευρο πίνακα) η κατανομή των εβδομαδιαίων δαπανών 20 εταιριών (σε χιλ. Ευρώ). Να υπολογιστεί η διάμεσος (M).

| Δαπάνες | Αριθμός εταιριών |
|----------|------------------|
| 20 - 40 | 7 |
| 40 - 60 | 2 |
| 60 - 80 | 5 |
| 80 - 100 | 6 |

ΘΕΜΑ 3°.

(α) (βαθμοί 1,5) Η τ.μ. X (όπου $x=1,2,3$) δίνει τα πιθανά χρέη (σε εκατ. €) μιας επιχείρησης στο τέλος του οικονομικού έτους. Αν η κατανομή των χρεών είναι συμμετρική και υπολογίστηκε ότι $p(1)=0,3$ (i) να βρεθεί η $V(X)$. (ii) Αν η τ.μ. Y δίνει τα χρέη αυξημένα κατά 20%, να βρεθεί η $V(Y)$.

(β) (βαθμοί 2)

| $X \setminus Y$ | 2 | 4 | 6 |
|-----------------|-----|-----|-----|
| 5 | 0,2 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0,3 | 0,5 |

(i) Να βρεθούν οι δεσμευμένες πιθανότητες $P(X=10 | Y=4)$ και $P(Y=6 | X=10)$.
 ii) Να βρεθεί η συνδιακύμανση των (X, Y) . Είναι οι X και Y ανεξάρτητες;

(γ) (βαθμοί 1,5) Δίνεται η χρονολογική σειρά των τρεχουσών αξιών (V) μιας ομάδας προϊόντων (σε εκατ. ευρώ) και οι δείκτες τιμών ως προς το 1990 (συνεχής τιμαριθμός της ομάδας P_{k-1990} για κάθε έτος k με βάση το 1990).

| ΕΤΟΣ | V_k | P_{k-90} | |
|------|-------|------------|---|
| 1990 | 120 | 100 | i) Να βρεθεί ένας δείκτης όγκου της ομάδας για το 1991 έναντι του 1990. |
| 1991 | 140 | 130 | ii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ADX ως προς αυτή την ομάδα προϊόντων για το 1992 έναντι του 1990. |
| 1992 | 200 | 145 | iii) Να αποπληθωριστούν οι αξίες, σε τιμές 1990. |
| 1993 | 240 | 180 | |

ΝΑ ΓΡΑΨΕΤΕ 2 ΑΠΟ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

$e^{-1}=0,3679, e^{-2}=0,1353, e^{-3}=0,048, e^{-4}=0,018.$

Θέμα 1) α) 0,09375 ,

β) i) 0,3679

ii) 0,0498

iii) Λ_2 ,

γ) i) $s=50$,

ii) $CV=0,065$

Θέμα 2) α) Γεωμετρική 0,1024 ,

β) i) $\Theta O \Pi$ 0,85 ,

ii) Bayes 0,47 ,

γ) i) Δεξιά Λοξότητα $\text{Bin}(n, 0.2)$, Αριστερή Λοξότητα $\text{Bin}(n, 0.8)$,

ii) $M=64$

Θέμα 3) α) i) $V(X)=0,6$,

ii) $V(Y)=0,864$,

β) i) $P(X=10/Y=4)=1$, $P(Y=6/X=10)=0,625$

ii) $\text{COV}(X,Y)=2,6$, εξαρτημένες ,

γ) i) $Q'_{91,90}=89,74$,

ii) -31,03% ,

iii) $V_{90}^{\text{ΑΠΟΠΛ/90}}=120$, $V_{91}^{\text{ΑΠΟΠΛ/90}}=107,69$, $V_{92}^{\text{ΑΠΟΠΛ/90}}=137,93$, $V_{93}^{\text{ΑΠΟΠΛ/90}}=133,33$

ΓΙΑ ΝΑ ΛΑΜΒΑΝΕΤΕ ΕΙΔΟΠΟΙΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΝΕΑ POST, ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΤΕ ΜΑΣ ΣΤΟ [FACEBOOK](https://www.facebook.com/didaskaleio)