

Απαντήσεις : Φεβρουαρίου 2015

Θέμα 1°

Λύση: α) i)

Ποσό δανείου	f	x	fx	$f(x - \bar{x})^2$	F
2-4	6	3	18	65.34	6
4-6	3	5	15	5.07	9
6-8	3	7	21	1.47	12
8-10	8	9	72	58.32	20
	20		126	130.2	

$$\bar{x} = \frac{126}{20} = 6.3, \sigma^2 = \frac{130.2}{20} = 6.51 \Rightarrow \sigma = 2.55$$

$$\text{Διάμεσος: στη τάξη 6-8, άρα } M = 6 + 2 \cdot \frac{10-9}{3} = 6.67$$

$$S_p(M) = \frac{3 \cdot (6.3 - 6.67)}{2.55} = -0.435 \text{ αρνητική ασυμμετρία}$$

$$\text{ii) } Y = X + 2, \bar{y} = \bar{x} + 2 = 8.3 \text{ και } \sigma_y = \sigma_x = 2.55 \text{ άρα } CV = \frac{2.55}{8.3} = 0.307$$

$$\text{β) Λύση: 30 πελάτες σε 60 λεπτά άρα } \lambda = 2 \text{ πελάτες σε 4 λεπτά, } P(X = 0) = \frac{e^{-2} 2^0}{0!} = e^{-2} = 0.135$$

γ)

Λύση: i)

αριθ. αδειών (X)	0	1	2	3	4	5	Σύνολο
αριθμ. εργαζομένων	30	25	15	10	12	8	100
p(x)	0.3	0.25	0.15	0.1	0.12	0.08	1
F(x)	0.3	0.55	0.7	0.8	0.92	1	

$$\text{ii) } P(X = 3) = 0.8 - 0.7 = 0.1$$

$$P(X > 2) = 1 - 0.7 = 0.3$$

$$P(2 \leq X \leq 4) = 0.92 - 0.55 = 0.37 \text{ και } P(X < 10) = 1$$

$$\text{iii) } E(X) = \sum xp(x) = 1.73 \text{ μέρες}$$

Θέμα 2°

$$\text{Λύση: α) i) } P(X \leq 2 | X \geq 1) = \frac{P(X \leq 2, X \geq 1)}{P(X \geq 1)} = \frac{P(X = 1) + P(X = 2)}{1 - P(X = 0)} =$$

$$= \frac{\binom{10}{1} 0.1^1 \cdot 0.9^9 + \binom{10}{2} 0.1^2 \cdot 0.9^8}{1 - \binom{10}{0} 0.1^0 \cdot 0.9^{10}} = 0.8922$$

$$\text{ii) } E(X) = 10 \cdot 0.1 = 1 \text{ προϊόν}$$

$$\text{iii) } V(X) = 10 \cdot 0.1 \cdot 0.9 = 0.9 \text{ άρα } \sigma = 0.9487$$

Λύση: β) i) $10000 \cdot 1.1 \cdot 0.8 \cdot 1.25 \cdot 1.2 = 13200$ κρούσματα

μέσος ετ. ρυθμ. μεταβολής $(10-20+25+20)/4 = 8.75\%$ άρα $10000 \cdot (1+0.0875)^4 = 13986.76$ κρούσματα

$$\text{Λύση: γ) i) } P(\Gamma|E) = \frac{P(\Gamma \cap E)}{P(E)} = \frac{P(\Gamma)P(E|\Gamma)}{P(A)P(E|A) + P(B)P(E|B) + P(\Gamma)P(E|\Gamma)} = \frac{0.01}{0.086} = 0.1163$$

Θέμα 3^ο α)

X \ Y	1	2	3	Σύνολο
2	2/6	1/6	0	3/6
3	0	2/6	0	2/6
4	0	0	1/6	1/6
Σύνολο	2/6	3/6	1/6	1

Λύση:

$$E(X) = 2.67, E(X^2) = \sum x^2 p(x) = 7.67, E(Y) = 1.83, E(Y^2) = 3.83$$

$$E(XY) = \sum xy p(x, y) = 5.33, V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 0.5411 \Rightarrow \sigma_x = 0.7356$$

$$V(Y) = 0.4811 \Rightarrow \sigma_y = 0.6936, Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 0.4439$$

$$\rho = \frac{0.4439}{0.7356 \cdot 0.6936} = 0.87 \text{ θετικά συσχετισμένες άρα δεν είναι ανεξάρτητες}$$

$$E(6X + 3Y) = 6E(X) + 3E(Y) = 6 \cdot 2.67 + 3 \cdot 1.83 = 21.51$$

β)

$$\text{Λύση: i) Καθώς } V_{13} = 1.6V_{09} \Rightarrow \sum p_{13}q_{13} = 1.6 \sum p_{09}q_{09} \Rightarrow \sum p_{09}q_{09} = \frac{190}{1.6} = 118.75$$

$$Q_{13,09} = \frac{110}{118.75} \cdot 100 = 92.63,$$

$$\text{ii) } P'_{13,09} = \frac{190}{110} \cdot 100 = 172.7 \text{ και } \Delta\Delta X = \frac{10.000}{172.7} = 57.9 \text{ δηλαδή μείωση } 42,1\%$$

$$V_{13}^{ΠΡ/09} = \frac{190}{172.7} \cdot 100 = 110.01$$

γ)

Λύση: $p = 1/60000, n = 180000$ διωνυμική προσεγγίζεται από Poisson με $\lambda = np = 3$

$$P(X \leq 1) = \frac{e^{-3} 3^0}{0!} + \frac{e^{-3} 3^1}{1!} = e^{-3} + 3e^{-3} = 0.199$$

ΓΙΑ ΝΑ ΛΑΜΒΑΝΕΤΕ ΕΙΔΟΠΟΙΗΣΕΙΣ [ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΤΕ ΜΑΣ ΣΤΟ FACEBOOK](#)