

## Στατιστική 1 – Φεβρουάριος 2019

### Θέμα 1.

(α) (βαθμοί 2) Στον πίνακα δίνεται η κατανομή 20 αεροσκαφών της εταιρίας Nova Jet ανάλογα με την ημερήσια δαπάνη ( $X$ ), σε χιλιάδες ευρώ, για κάουσιμα.

Δαπάνη (χιλ. ευρώ)	Αριθμός αεροσκαφών
3-<5	2
5-7	4
7-9	8
9-11	6

i) Να βρεθεί και να ερμηνευθεί το πρώτο τεταρτημόριο ( $Q_1$ ) ii) Υπολογίστε τον συντελεστή μεταβλητότητας αν η δαπάνη αυξηθεί κατά 20% συν ένα ποσό 500 ευρώ. Δίδονται  $\bar{X} = 7,8$  και  $\sigma = 1,89$

(β) (βαθμοί 3) Έστω  $Y$  ο αριθμός των ηλεκτρονικών (online) αγορών, από μία εταιρία, σε διάστημα ενός λεπτού με δύο αγορές κατά μέσο όρο ανα λεπτό. Βρείτε την πιθανότητα: (α) σε μισό λεπτό να μη γίνει καμία αγορά (β) σε ενάμισυ λεπτό να γίνουν τουλάχιστον δύο αγορές (γ) σε ένα λεπτό να γίνουν ακριβώς δύο αγορές, αν γνωρίζετε ότι έχει γίνει τουλάχιστον μία αγορά.

### Θέμα 2.

(α) (βαθμοί 1,5) Για μια ομάδα προϊόντων υπολογίστηκαν  $V_{2016}=380$ ,  $V_{2012}=500$  και  $S_{p12q16}=220$ . Να βρεθεί (i) ένας τιμάρημος και (ii) ένας δείκτης όγκου τους για το 2016 έναντι του 2012. Στη συνέχεια, (iii) να αποπληθωρισθεί η αξία τους κατά το 2016 σε τιμές του 2012.

(β) (βαθμοί 2,5) Ιδιοκτήτης οκταθέσιων λεωφορείων τα οποία εκτελούν δρομολόγια στην επαρχία πουλάει για κάθε δρομολόγιο δέκα αντί για οκτώ εισιτήρια ποντάροντας στο γεγονός ότι δεν θα εμφανιστούν όλοι οι επιβάτες. Αν η πιθανότητα εμφάνισης ενός επιβάτη είναι 0,8 ανεξάρτητα από τους άλλους επιβάτες (i) βρείτε την πιθανότητα ένα δρομολόγιο να εκτελεστεί κανονικά (δηλαδή να βρουν θέση όλοι οι επιβάτες) (ii) Σε μία συγκεκριμένη περίοδο ποιά είναι η πιθανότητα το πέμπτο στην σειρά για αναχώρηση δρομολόγιο να είναι το πρώτο υπερπλήρες? (iii) Έστω ότι εμφανίζεται στον σταθμό ένας επιθεωρητής την στιγμή που υπάρχουν στο σταθμό δέκα λεωφορεία, με τρία από αυτά να είναι υπερπλήρη, και επιλέγει δύο από τη λίστα δρομολογίων, στην τύχη και χωρίς επανάθεση. Ποιά είναι η πιθανότητα να βρει ακριβώς ένα υπερπλήρες?

(γ) (βαθμός 1) Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα. Αποδείξτε ότι  $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$

### Θέμα 3.

(α) (βαθμοί 2) Για την διάπραξη ενός εγκλήματος η αστυνομία της Νέας Υόρκης ανακρίνει ένα ύποπτο, έστω  $A$ . Με τα μέχρι στιγμής διαθέσιμα στοιχεία η πιθανότητα ενοχής υπολογίζεται στο 50%. Αν ο  $A$  είναι αθώος, τότε η πιθανότητα να βρεθεί στον τόπο του εγκλήματος η ομάδα αίματος του, ισούται με το ποσοστό της στον γενικό πληθυσμό της Ν.Υ., δηλαδή 10%. (i) Ποιά είναι η πιθανότητα η ομάδα αίματος του ενόχου να ταυτίζεται με του  $A$ ? (ii) Μετά από αιματολογική δειγματοληψία από την ομάδα έρευνας του τόπου διάπραξης εγκλήματος (CSI) ανακαλύπτεται ότι η ομάδα αίματος του ενόχου ταυτίζεται με εκείνη του υπόπτου  $A$ . Λαμβάνοντας υπόψιν τα ευρήματα ποιά είναι η πιθανότητα ο  $A$  να είναι ένοχος?

(β) (βαθμοί 1,5) Η τιμή των ενοικίων αυξήθηκε το τελευταίο χρόνο κατά 12%. Να υπολογιστεί η μέση μηνιαία αύξηση της τιμής για την περίοδο αυτή.

(γ) (βαθμοί 1,5) Έστω  $X, Y$  τ.μ. με πεδίο τιμών το σύνολο  $\{0,1\}$  και από κοινού σ.π.  $p(1,1)=1/2$ ,  $p(0,1)=p(1,0)=1/4$ . Έστω  $Z=XY$ . Υπολογίστε i)  $P(Z=1|X=1)$ , ii)  $E(Z)$  iii)  $P(Z=0|X=0)$  [διακιολογήσατε την απάντησή σας – αν δεν φαίνεται από τις πράξεις]

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ Στατιστική 1 – Φεβρουάριος 2019

### Θέμα 1.

(α) (βαθμοί 2) Στον πίνακα δίνεται η κατανομή 20 αεροσκαφών της εταιρίας aNona Jet ανάλογα με την ημερήσια δαπάνη (X), σε χιλιάδες ευρώ, για κάουσιμα.

Δαπάνη (χιλ. ευρώ)	Αριθμός αεροσκαφών
3-<5	2
5-7	4
7-9	8
9-11	6

i) Να βρεθεί και να ερμηνευθεί το πρώτο τεταρτημόριο (Q1) ii) Υπολογίστε τον συντελεστή μεταβλητότητας αν η δαπάνη αυξηθεί κατα 20% συν ένα ποσό 500 ευρώ. Δίδονται  $\bar{X} = 7,8$  και  $\sigma = 1,89$

**Απάντηση :**  $Q1=6,5$   $Y=1,2X+0,5$   $E(Y)=9,86$   $s(Y)=2,268$   $CV=0,23002$

(β) (βαθμοί 3) Έστω Y ο αριθμός των ηλεκτρονικών (online) αγορών, απο μία εταιρία, σε διάστημα ενός λεπτού με δύο αγορές κατα μέσο όρο ανα λεπτό. Βρείτε την πιθανότητα: (α) σε μισό λεπτό να μη γίνει καμία αγορά (β) σε ενάμισυ λεπτό να γίνουν τουλάχιστον δύο αγορές (γ) σε ένα λεπτό να γίνουν ακριβώς δύο αγορές, αν γνωρίζετε ότι έχει γίνει τουλάχιστον μία αγορά.

**Απάντηση :** α)  $\lambda=1$ , 0,3678 β)  $\lambda=3$ , 0,8 γ)  $\lambda=2$  0,313

### Θέμα 2.

(α) (βαθμοί 1,5) Για μια ομάδα προϊόντων υπολογίσθηκαν  $V_{2016}=380$ ,  $V_{2012}=500$  και  $\Sigma p_{12q_{16}}=220$ . Να βρεθεί (i) ένας τιμάρθμος και (ii) ένας δείκτης όγκου τους για το 2016 έναντι του 2012. Στη συνέχεια, (iii) να αποπληθωρισθεί η αξία τους κατα το 2016 σε τιμές του 2012.

**Απάντηση :** α) Paasche 172,72 β) Laspeyres 44 γ) 220

(β) (βαθμοί 2,5) Ιδιοκτήτης οκταθέσιων λεωφορείων τα οποία εκτελούν δρομολόγια στην επαρχία πουλάει για κάθε δρομολόγιο δέκα αντί για οκτώ εισιτήρια ποντάροντας στο γεγονός ότι δεν θα εμφανιστούν όλοι οι επιβάτες. Αν η πιθανότητα εμφάνισης ενός επιβάτη είναι 0,8 ανεξάρτητα από τους άλλους επιβάτες (i) βρείτε την πιθανότητα ένα δρομολόγιο να εκτελεστεί κανονικά (δηλαδή να βρούν θέση όλοι οι επιβάτες) (ii) Σε μία συγκεκριμένη περίοδο ποια είναι η πιθανότητα το πέμπτο στην σειρά για αναχώρηση δρομολόγιο να είναι το πρώτο υπέρπληρες? (iii) Έστω ότι εμφανίζεται στον σταθμό ένας επιθεωρητής την στιγμή που υπάρχουν στο σταθμό δέκα λεωφορεία, με τρία από αυτά να είναι υπερπλήρη, και επιλέγει δύο από τη λίστα δρομολογίων, στην τύχη και χωρίς επανάθεση. Ποια είναι η πιθανότητα να βρει ακριβώς ένα υπέρπληρες?

**Απάντηση :** α) Διωνυμική  $P(X \leq 8) = 0,6246$  β) Γεωμετρική  $0,6246^{4*} 0,375 = 0,057$  γ) Υπεργεωμετρική 0,4667

(γ) (βαθμός 1) Έστω A, B δύο ενδεχόμενα. Αποδείξτε ότι  $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$

**Απάντηση :** Θεωρία

**Θέμα 3.** (α) (βαθμοί 2) Για την διάπραξη ενός εγκλήματος η αστυνομία της Νέας Υόρκης ανακρίνει ένα ύποπτο, έστω A. Με τα μέχρι στιγμής διαθέσιμα στοιχεία η πιθανότητα ενοχής υπολογίζεται στο 50%. Αν ο A είναι αθώος, τότε η πιθανότητα να βρεθεί στον τόπο του εγκλήματος η ομάδα αίματος του, ισούται με το ποσοστό της στον γενικό πληθυσμό της Ν.Υ., δηλαδή 10%. (i) Ποιά είναι η πιθανότητα η ομάδα αίματος του ενόχου να ταυτίζεται με του A? (ii) Μετά απο αιματολογική δειγματοληψία απο την ομάδα έρευνας του τόπου διάπραξης εγκλήματος (CSI) ανακαλύπτεται ότι η ομάδα αίματος του ενόχου ταυτίζεται με εκείνη του υπόπτου A. Λαμβάνοντας υπόψιν τα ευρήματα ποιά είναι η πιθανότητα ο A να είναι ένοχος?

**Απάντηση :** α) ΘΟΠ  $P(E) = 0,1 * 0,5 + 1 * 0,5 = 0,55$  β) Bayes  $P(\text{ένοχος}/E) = 0,9091$

(β) (βαθμοί 1,5) Η τιμή των ενοικίων αυξήθηκε το τελευταίο χρόνο κατα 12%. Να υπολογιστεί η μέση μηνιαία αύξηση της τιμής για την περίοδο αυτή.

**Απάντηση :** 0,0095 ή 0,95%

(γ) (βαθμοί 1,5) Έστω X, Y τ.μ. με πεδίο τιμών το σύνολο  $\{0,1\}$  και απο κοινού σ.π.  $p(1,1)=1/2$ ,  $p(0,1)=p(1,0)=1/4$ . Έστω  $Z=XY$ . Υπολογίστε i)  $P(Z=1|X=1)$ , ii)  $E(Z)$  iii)  $P(Z=0|X=0)$  [

δικαιολογήσατε την απάντηση σας – αν δεν φαίνεται απο τις πράξεις]

**Απάντηση :** α)  $P(Z=1|X=1) = \frac{1/2}{3/4} = 4/6$  β)  $E(Z)=1/2$  γ)  $P(Z=0|X=0) = \frac{1/4}{1/4} = 1$