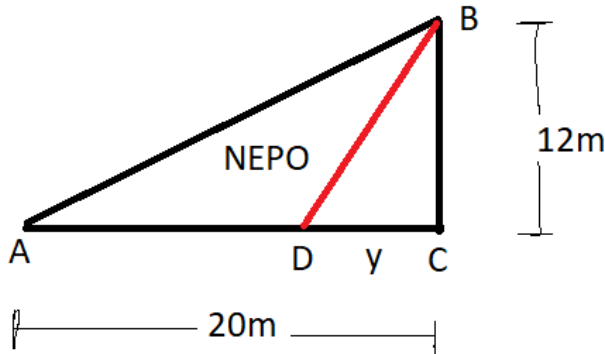


Η άσκηση του σκύλου

Ο Νειμάρ με τον σκύλο του στέκονται στην ακρογιαλιά στο σημείο Α. Ο Νειμάρ πετάει ένα μπαλάκι στην θάλασσα στο σημείο Β. Τότε ο σκύλος τρέχει παράλληλα στην ακτή μέχρι το σημείο D και μετά κολυμπάει μέχρι το σημείο Β όπου είναι το μπαλάκι. Η ταχύτητα τρεξίματος του σκύλου είναι 10 m/s και η ταχύτητα κολύμβησης είναι 2 m/s.



Ζητούμενο

- Να εκφράσετε ως συνάρτηση του y , τον συνολικό χρόνο τρεξίματος και κολύμβησης.
- Ποια η απόσταση y που ελαχιστοποιεί τον συνολικό χρόνο τρεξίματος και κολύμβησης?
- Ποιος ο ελάχιστος συνολικός χρόνος?
- Πόσα μέτρα θα τρέξει ο σκύλος και πόσα μέτρα θα κολυμπήσει και σε πόσο χρόνο?

Απάντηση:

α) Θα τρέξει απόσταση $AD = 20 - y$ σε χρόνο $\frac{20 - y}{10}$ δευτερόλεπτα.

Θα κολυμπήσει απόσταση DB όπου από το πυθαγόρειο θεώρημα :

$$DB^2 = y^2 + 12^2 \Rightarrow DB = \sqrt{y^2 + 144} \text{ άρα θα κολυμπήσει σε χρόνο } \frac{\sqrt{y^2 + 144}}{2}$$

Άρα η συνάρτηση συνολικού χρόνου είναι $f(y) = \frac{20 - y}{10} + \frac{\sqrt{y^2 + 144}}{2}$

β) Ελαχιστοποίηση
ΚΠΠ

$$f'(y) = 0 \Rightarrow \left(\frac{20 - y}{10} + \frac{\sqrt{y^2 + 144}}{2} \right)' = 0 \Rightarrow -\frac{1}{10} + \frac{2y}{2 \cdot 2\sqrt{y^2 + 144}} = 0 \Rightarrow \frac{y}{2\sqrt{y^2 + 144}} = \frac{1}{10} \xrightarrow{\text{χιαστί}}$$

$$10y = 2\sqrt{y^2 + 144} \Rightarrow 5y = \sqrt{y^2 + 144} \xrightarrow{\text{τετραγωνίζω}} 25y^2 = y^2 + 144 \Rightarrow 24y^2 = 144 \Rightarrow y^2 = 6 \Rightarrow y = \sqrt{6}m$$

$$\gamma) \min f = f(\sqrt{6}) = \frac{20 - \sqrt{6}}{10} + \frac{\sqrt{(\sqrt{6})^2 + 144}}{2} = 1,75 + 6,12 = 7,87 \text{ sec ond}$$

δ) Ο σκύλος θα τρέξει $AD = 20 - y = 20 - \sqrt{6} = 17,55m$ σε χρόνο $17,55 / 10 = 1,75$ second

Ο σκύλος θα κολυμπήσει $DB = \sqrt{y^2 + 144} = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + 144} = \sqrt{150} = 12,25m$ χρόνο $12,25/2 = 6,12$ s.