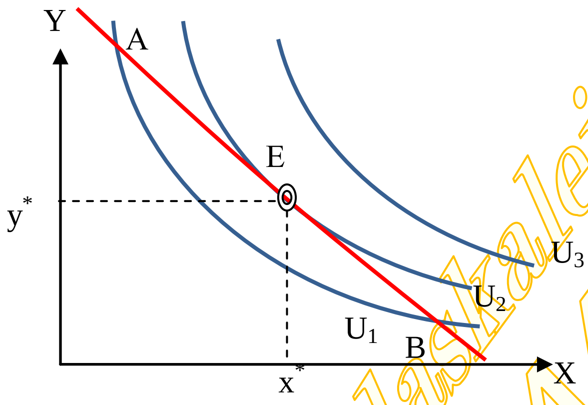
Άριστες επιλογές καταναλωτή

Ζητούμενο του καταναλωτή είναι να μεγιστοποιήσει την χρησιμότητα με δεδομένο τον εισοδηματικό του περιορισμό. Άρα επιλέγεται ο συνδυασμός εκείνος που βρίσκεται στην υψηλότερη δυνατή καμπύλη αδιαφορίας.



Άριστη επιλογή καταναλωτή : σημείο Ε

Στην άριστη επιλογή <u>ο εισοδηματικός περιορισμός, εφάπτεται της καμπύλης αδιαφορίας</u>, συνεπώς η συνθήκη αριστοποίησης είναι ότι η κλίση του εισοδηματικού περιορισμού, ταυτίζεται με την κλίση της καμπύλης αδιαφορίας.

ΣΥΝΘΗΚΗ: $-\dfrac{p_x}{p_y}=-\dfrac{U_x}{U_y}\rightarrow \boxed{\dfrac{p_x}{p_y}=\dfrac{U_x}{U_y}}=MRS$

Εφαρμογή: Ο Βαρουφάκκη πίνει Μαρτίνι συνδυάζοντας Gin και Vermout αν η ωφέλεια που αποκομίζει δίνεται από την συνάρτηση $U(G,V)=G^{0,8}\cdot V^{0,2}$ και οι τιμές είναι αντίστοιχα $p_G=10$ και $p_V=5$ να βρεθεί με ποια αναλογία Gin-Vermout φτιάχνει το μαρτίνι του.

Απάντηση: $MRS=\dfrac{U_G}{U_V}=\dfrac{0,8G^{-0,2}V^{0,2}}{0,2G^{0,8}V^{-0,8}}=4\dfrac{V}{G}$ και η συνθήκη αριστοποίησης δίνει:

$\dfrac{p_G}{p_V}=\dfrac{U_G}{U_V}\Rightarrow\dfrac{10}{5}=4\dfrac{V}{G}\Rightarrow G=2V$ άρα αναλογία $\dfrac{G}{V}=2$ δηλαδή 2 μέρη Gin με 1 μέρος Vermout.

Άσκηση : Ένα άτομο έχει συνάρτηση χρησιμότητας $U(x,y)=x\cdot y$ αν οι τιμές και το εισόδημα του είναι, px=1, py=2 και M=300, να βρεθεί ο άριστος συνδυασμός και η μέγιστη χρησιμότητα.

Λύση: Εισοδηματικός περιορισμός: $x+2y=300$ (1)

$\dfrac{U_x}{U_y}=\dfrac{y}{x}$ η συνθήκη γίνεται $\dfrac{p_x}{p_y}=\dfrac{U_x}{U_y}\rightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{y}{x}\rightarrow x=2y$ (2)

η (1) λόγω της (2) → $2y+2y=300\rightarrow 4y=300\rightarrow \mathbf{y^*=75}$ άρα από (2)→ $\mathbf{x^*=2\cdot 75=150}$

Συνεπώς η μέγιστη χρησιμότητα είναι: $U(150,75)=150\cdot 75=11.250=\mathbf{Umax}$

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΖΗΤΗΣΗΣ

Α. Μαρσαλιανή (κανονική) ζήτηση: $x^M\left(p_x,p_y,\mathrm{M}\right),y^M\left(p_x,p_y,\mathrm{M}\right)$

Οι Μαρσαλιανές συναρτήσεις ζήτησης συνδέουν την ζητούμενη ποσότητα με τις τιμές των αγαθών και το διαθέσιμο εισόδημα.

<u>Μεγιστοποιείται η χρησιμότητα, με δεδομένα το εισόδημα και το επίπεδο τιμών</u>

$\max U(x,y)$

$s.t.\quad x\cdot p_x+y\cdot p_y=M$

Λαγκραντζιανή $L(x,y,\lambda)=U(x,y)+\lambda\cdot(M-x\cdot p_x-y\cdot p_y)$

f.o.c.

$$\left.\begin{array}{l} L_x = 0 \rightarrow U_x - \lambda \cdot p_x = 0 \rightarrow U_x = \lambda \cdot p_x \\ L_y = 0 \rightarrow U_y - \lambda \cdot p_y = 0 \rightarrow U_y = \lambda \cdot p_y \end{array}\right\} \xrightarrow{\delta\iota\alpha\acute{\iota}\rho\varepsilon\sigma\eta} \boxed{\frac{U_x}{U_y} = \frac{p_x}{p_y} \quad (1)}$$

$$L_\lambda = 0 \Rightarrow x \cdot p_x + y \cdot p_y = \mathrm{M} \qquad (2)$$

Αντικαθιστούμε την (1) στη (2) και βρίσκουμε Μαρσαλιανές: $x^M\left(p_x, p_y, \mathrm{M}\right), y^M\left(p_x, p_y, \mathrm{M}\right)$

Πρακτικά: Αντικαθιστούμε την (1) στον εισοδηματικό περιορισμό

•<u>Χαρακτηρισμός Αγαθών</u>

Κανονικά αγαθά: $\frac{\partial x^M}{\partial M} > 0$, Κατώτερα: $\frac{\partial x^M}{\partial M} < 0$

<u>Θέμα</u> : Έστω μια συνάρτησης χρησιμότητας $U(x,y) = x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{2}}$ (utility function) αν οι τιμές και το εισόδημα του είναι, p_x, p_y και Μ, να βρεθούν οι Μαρσαλιανές και οι Χικσιανές συναρτήσεις ζήτησης.

Λύση:

<u>Μαρσαλιανές</u>:

$$\frac{U_x}{U_y} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} x^{-1/2} \cdot y^{1/2}}{\frac{1}{2} x^{1/2} \cdot y^{-1/2}} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \boxed{y = x \cdot \frac{p_x}{p_y}} \quad (1)$$

Αντικατάσταση στον εισοδηματικό περιορισμό:

$$x \cdot p_x + y \cdot p_y = \mathrm{M} \overset{(1)}{\Rightarrow} x \cdot p_x + x \cdot \frac{p_x}{p_y} \cdot p_y = \mathrm{M} \Rightarrow 2x \cdot p_x = \mathrm{M} \Rightarrow \boxed{x^M = \frac{M}{2p_x}}$$

Αντικατάσταση στην (1) $y^M = x^M \cdot \frac{p_x}{p_y} = \frac{M}{2p_x} \cdot \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \boxed{y^M = \frac{M}{2p_y}}$

Παρατήρησε : Οι συναρτήσεις ζήτησης είναι ομογενείς 1ου βαθμού ως προς τις τιμές και το εισόδημα, (γιατί ?) άρα εάν αυξηθούν τιμές και εισόδημα κατά το ίδιο ποσοστό, η κατανάλωση θα παραμείνει σταθερή.

EXTRA : Να χαρακτηριστούν τα αγαθά x,y ως κανονικά, κατώτερα ή αγαθά Giffen.